

## ESTUDIOS MATEMÁTICOS

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Nivel medio

<b>Nota final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 14	15 - 27	28 - 35	36 - 49	50 - 62	63 - 75	76 - 100

Parece haber una lenta pero constante mejoría en el rendimiento de la evaluación interna ya que los criterios son bien comprendidos por los estudiantes y los profesores, y además se realizan intentos razonables para satisfacerlos.

El paquete de exámenes en esta convocatoria resultó ser bastante exigente. Una prueba 1 razonable ayudó a balancear una prueba 2 algo difícil, pero las bandas de calificación fueron sólo un poco más bajas que lo normal. Se observaron claramente un puñado de debilidades particulares que son descriptas debajo, en los informes individuales de cada prueba.

La progresión en la dificultad en las preguntas de la prueba 2 no fue muy bien juzgada. Las preguntas 2 y 3 resultaron siendo notablemente más difíciles que la 4 y la 5. Se decidió tener, en el futuro, aún más cuidado al moderar la dificultad de las descripciones contextuales ya que parecieron ser demasiado complicadas para algunos estudiantes en esta convocatoria.

### Evaluación interna

#### Bandas de calificación del componente

<b>Nota final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 4	5 - 6	7 - 8	9 - 11	12 - 14	15 - 16	17 - 20

### Ámbito que cubre el trabajo entregado y medida en que fue apropiado

Hubo un amplio rango de trabajado entregado. Los estudiantes que habían generado sus propios datos tendieron a obtener puntuaciones más altas ya que frecuentemente tuvieron suficientes datos en término de cantidad y de calidad, y además mostraron más interés en lo que estaban investigando. Por momentos, las tareas elegidas eran demasiado limitadas pero los alumnos tuvieron los elementos suficientes para demostrar sus habilidades matemáticas. Los estudiantes desarrollaron sus proyectos desde diferentes ámbitos de la matemática y fue realmente estimulante moderarlos. Sin embargo, los proyectos basados en estadística todavía son los predominantes. Una mayoría importante de estudiantes intentó encontrar la relación entre dos variables, alcanzando diferentes niveles de éxito. No todos explicaron sus resultados en forma suficientemente clara, como para estar seguro de que fue una aplicación

relevante de los datos y no sólo un ejercicio. Sólo los estudiantes más fuertes dieron una indicación del método usado para generar su muestra. La mayoría indicó que había repartido encuestas pero no discutió qué hicieron con las encuestas incompletas ni comentaron sobre la tendencia inherente cuando hay un gran número de encuestas distribuidas pero no devueltas.

Casi todos los proyectos estuvieron bien presentados y, muy pocos, fueron escritos a mano. Hubo una cantidad importante de proyectos muy cortos. La evaluación interna está concebida para ser un trabajo sustancial y tres o cuatro páginas de matemática simple no obtendrá puntuaciones altas en varias áreas de los criterios. Varios proyectos no incluyeron los datos sin procesar lo que hace imposible que el moderador pueda chequear los cálculos.

El plagio está empezando a ser cada vez más un problema. Varios proyectos este año contenían trabajo copiado y pegado de varios sitios de Internet.

Cada vez más estudiantes usan su calculadora de pantalla gráfica para hacer los procedimientos para ellos, pero frecuentemente se olvidan de escribir la fórmula que están usando y de mencionar por qué se está usando un proceso particular. El resultado de esto es el hecho de que el moderador se pregunte si realmente el alumno entiende lo que está haciendo. Muchos estudiantes no pudieron hacer comentarios sobre sus rectas de regresión ni tampoco interpretar sus resultados. Varios usaron Excel pero no explicaron los procesos ni tampoco dieron explicaciones.

Cuando usan Internet los estudiantes deben recordar incluir la dirección web en su bibliografía.

El proyecto debe ser un trabajo del alumno. No debe ser el resultado de una parte de trabajo de curso donde todos los pasos están guiados por el profesor.

## Rendimiento alcanzado por los alumnos en cada uno de los criterios

### A.

La mayoría de los temas elegidos eran apropiados para el proyecto de Estudios Matemáticos. Sigue habiendo estudiantes que encuentran difícil explicar el enunciado de la tarea en forma clara y concisa. En la mayoría de los casos esto ocurrió cuando los temas eran muy difíciles de entender. Al describir el plan, muchos estudiantes explican qué van a hacer para recolectar datos, pero sólo algunos describen las técnicas matemáticas que van a usar en el proyecto. No todos los planes estaban bien enfocados. Los alumnos con enunciados claros de la tarea y también claros planes, tendieron a lograr extraer mayor profundidad de sus proyectos ya que sabían qué era lo que estaban buscando.

### B.

Los datos recopilados fueron generalmente suficientes en cantidad pero no siempre estaban relacionados con la tarea. Fue más común encontrar proyectos con datos que podían ser considerados suficientes en cantidad pero no en calidad. Muchos estudiantes necesitan ser guiados en técnicas de muestreo. Cuando no se recopila la cantidad de datos suficientes se producen serios impedimentos en los intentos de realizar pruebas de chi-cuadrado. Algunos no incluyeron los datos sin procesar en la parte troncal de sus proyectos ni en el apéndice y,

algunos no incluyeron una muestra del cuestionario cuando éste fue el método usado para recopilar datos. En estos casos sólo se mostraron tablas finales de datos. Una gran cantidad de alumnos simplemente copió tablas y gráficos directamente de Internet a sus proyectos, y poco pensó cuánto de esa información estaba realmente relacionada con sus tareas. La organización y presentación de datos relevantes se hace crucial cuando los datos son recopilados de esta manera.

### C.

La mayoría de los estudiantes usó técnicas matemáticas básicas para el análisis, muchos además presentando resultados generados por computadoras. Varios omitieron explicaciones y clarificaciones de esas técnicas y no fueron selectivos al usar los resultados que eran relevantes a sus investigaciones. Algunos estudiantes están usando técnicas sofisticadas en sus análisis y están omitiendo la matemática simple y/o el uso de gráficos para analizar la información. Con algunas de las técnicas sofisticadas, como la prueba de chi-cuadrado, se hizo evidente que no todos los estudiantes sabían lo que estaban haciendo. Muchos alumnos no parecen preocupados porque los valores esperados sean menores que 1 o 5. Los profesores discreparon en su interpretación de qué constituye una técnica matemática “sofisticada” y ésta fue un área en la que frecuentemente se requirió moderación.

Los alumnos deben ser alentados a usar en sus proyectos tanto técnicas matemáticas simples como sofisticadas. Deben entender que en muchos casos los procesos simples dan una idea clara de lo que está sucediendo. En muchos de los proyectos los alumnos no invirtieron tiempo en corregir los errores en sus cálculos, especialmente en los procesos simples, olvidando que deben estar en su mayoría o completamente correctos para poder acceder a los niveles más altos en este criterio. Frecuentemente se ve a los estudiantes usando técnicas matemáticas irrelevantes, por ejemplo el cálculo de frecuencias acumuladas o desviaciones típicas, sin hacer comentarios sobre los mismos. Excel es una herramienta muy usada para generar gráficos, sin embargo muchos alumnos todavía olvidan incluir unidades en los mismos.

### D.

Casi todos los estudiantes pudieron producir conclusiones o interpretaciones que eran consistentes con sus análisis pero en algunos casos estas eran algo breves. En muchos casos las conclusiones eran obvias y no muy rigurosas.

### E.

Hubo más estudiantes comentando sobre la validez que en convocatorias anteriores. Normalmente esto tuvo más que ver con la recolección de datos que con otra cosa. Algunos hicieron comentarios sobre los procesos matemáticos que habían usado. De este grupo, algunos alcanzaron el nivel de rigurosidad requerido para un alto nivel de logro.

### F.

En algunos casos los cuestionarios usados para las encuestas no fueron incluidos en el proyecto y en otros fue complicado seguir el proceso pues datos importantes no estaban preparados para usar o habían sido relegados al apéndice, pero en general, los proyectos se leían fácilmente y estaban bien estructurados. En la mayoría de los proyectos se encontró un

lenguaje matemático correcto. La tendencia a repetir cálculos y técnicas en diferentes conjuntos de datos, y de producir páginas y páginas de, en muchos casos, información innecesaria, ha disminuido en cierta forma. Muchos estudiantes incluyen ahora bibliografía y referencias de los sitios a los cuales accedieron aunque los últimos no siempre están bien documentados. La notación y la terminología son todavía motivo de preocupación. Los estudiantes deben saber que la notación usada en la calculadora no es aceptada.

## G.

La mayoría de los profesores pareció haber otorgado los niveles de logro apropiadamente.

## Sugerencias y recomendaciones para la enseñanza de futuros alumnos

- Incentivar a los estudiantes a que lean los trabajos de otros para así apreciar la claridad de estilos, de pensamientos y el poder de resumen
- Dar a los estudiantes la oportunidad de evaluar su propio trabajo usando los criterios, para reducir la incidencia de matemática inapropiada y para apreciar más lo que es requerido en el criterio E.
- Los profesores deberían chequear la matemática y los cálculos iniciales para mostrar que los han revisado, e indicar errores.
- Los profesores deberían guiar a los estudiantes en técnicas de muestreo.
- Los profesores deben asegurarse de que los alumnos citen los sitios web de los que extraen información de Internet.
- Los profesores deben asegurarse de que los alumnos establezcan escalas, unidades y etiquetas en sus gráficas.
- Incentivar a los alumnos a trabajar en el área de evaluación de sus proyectos con más profundidad.
- Incentivar a los estudiantes a organizar los datos que recolectan de manera que el lector entienda de una forma más fácil cómo se van a usar en el desarrollo del proyecto.
- Acentuar la importancia de presentar algunos ejemplos de cálculos, tanto de procesos matemáticos simples como también de técnicas sofisticadas, sin contar el uso de la tecnología.
- Ayudar a los alumnos a comprender cuándo los gráficos de línea no son apropiados y mostrarles qué usar en cambio (por ejemplo histogramas).
- Ayudarlos en la selección del tema y disuadirlos de elegir aquellos temas que son demasiados limitados o unidimensionales.
- Acentuar el significado de recopilar suficientes datos para aplicar ciertas técnicas.
- Incentivar a los alumnos a hacer comentarios sobre los procedimientos que van a usar y a reflexionar sobre ellos una vez que se los ha usado.

- Mostrar a los alumnos ejemplos de “buenos” proyectos para que sepan qué se espera de ellos.
- Incentivar en las clases discusiones sobre los factores que afectan la validez de datos obtenidos a partir de cuestionarios.
- Asegurarse de que los estudiantes conocen (y entienden) los criterios de evaluación.
- Incentivar a los alumnos a que ideen su propia tarea y a que expliquen el plan en forma rigurosa.
- Hacer que incluyan todos los datos en crudo- ¡pero no todos los cuestionarios completados! Una muestra es suficiente siempre que todos los datos estén organizados en tablas.
- Revisar que toda la matemática usada en el proyecto sea relevante.
- Incentivar a los estudiantes a usar más matemática sofisticada.
- Explicar a los alumnos cómo evaluar su trabajo, extraer conclusiones, examinar los procesos matemáticos usados y comentar críticamente sobre ellos.
- Enviar el trabajo original de los estudiantes al moderador.
- Establecer intervalos regulares de tiempo para encontrarse con los estudiantes con el fin de monitorear el progreso de sus trabajos.

## Prueba 1

### Bandas de calificación del componente

<b>Nota final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 12	13 - 25	26 - 32	33 - 45	46 - 57	58 - 70	71 - 90

### Comentarios generales

El rendimiento de los alumnos, los comentarios de los profesores y el nivel de las bandas de calificación indicaron que la prueba fue un poco más difícil que la del mayo anterior. Muchos estudiantes fueron capaces de usar la calculadora de pantalla gráfica con un buen efecto en la resolución de problemas y pareció que aquellos que estaban menos familiarizados con la misma hicieron un gran esfuerzo para completar la prueba. Un número muy significativo de estudiantes pareció no estar familiarizado con los términos de examen usados en el curso, particularmente con “escriba”, lo que también provocó un inconveniente con el tiempo.

La presentación de los exámenes escritos de los alumnos fue bastante satisfactoria, la mayoría de los estudiantes presentó su trabajo en forma clara, usando notación matemática apropiadamente y ganando puntos por método cuando la respuesta final era incorrecta.

En esta convocatoria se usó por primera vez las penalizaciones por unidad de medida y por falta de exactitud financiera. A pesar de que la mayoría de los estudiantes son cuidadosos tanto con los niveles de exactitud especificados como con la inclusión de unidades como parte de sus respuestas, un número significativo de estudiantes perdió estos dos puntos.

## Áreas del programa y del examen que parecen haber resultado difíciles para los estudiantes

La mayoría de los estudiantes pudo acceder a cada pregunta en algún grado, pero hubo grandes blancos en las respuestas de estudiantes de algunas escuelas, lo que sugiere que no se les había enseñado el programa completo. Esto ocurrió particularmente en la pregunta 8 (chi-cuadrado), en la pregunta 11 (Cálculo) y en la pregunta 14 (funciones trigonométricas). En la pregunta 5 también fue notable el hecho de que muy pocos estudiantes sabían cómo leer una tabla financiera. Parece que no habían tenido la oportunidad de practicar más que con las técnicas financieras básicas.

Más específicamente, los alumnos de la mayoría de los colegios encontraron algunas o todas las áreas siguientes complicadas:

- Datos discretos
- Hallar la tasa de interés (tipo de interés) cuando el período es 9 meses.
- Hallar el interés total para un préstamo de una tabla de amortizaciones.
- Calcular la primer raíz negativa de una función seno.
- Calcular el valor de  $x$  para el cual dos gráficos tienen la misma pendiente y dibujar la recta tangente a uno de esos gráficos para ese valor.
- Hacer un dibujo aproximado para mostrar cómo resolver ecuaciones gráficamente.
- Encontrar las constantes de una ecuación exponencial a partir de un diagrama de flechas.

## Áreas del programa o del examen en que los estudiantes demostraron estar bien preparados

Los estudiantes pudieron, en general, comenzar cada una de las preguntas y todas las preguntas fueron bien contestadas en algunos casos. Muchos estudiantes demostraron un muy buen conocimiento del curso y habilidad para aplicar sus conocimientos a un amplio rango de áreas de resolución de problemas.

Las preguntas siguientes fueron contestadas bastante bien por estudiantes de distintos centros:

Porcentaje de error (Q1), Diagrama de caja y bigote (Q2), Tablas de verdad (Q4), Números (Q6), Chi-cuadrado (Q8), Coordenadas en el plano (Q10), Sistemas de ecuaciones lineales (Q12) y Medida (Q15).

Lamentablemente hubo también estudiantes que mostraron un conocimiento limitado del programa de estudios y en muchos casos, únicamente, a un nivel superficial.

## Puntos fuertes y débiles de los estudiantes al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1 Número – Porcentaje de error

- (a) Casi todos los estudiantes calcularon la media correctamente pero menos de la mitad fueron capaces de calcular el porcentaje de error, muchos dividieron por 6. Todo esto ocurrió a pesar de haber escrito con “negrita” la palabra “aproximada” en la pregunta.
- (b) Los principales errores fueron dar las respuestas corregidas a 1 cifra significativa (30) o
- (c) a 1 lugar decimal. Algunos alumnos sólo contaron la cantidad de dígitos en la calculadora para determinar el exponente de la notación científica, dando como respuesta  $10^9$  en lugar de  $10^1$ .

### Pregunta 2 Estadística

- (a) Muy pocos estudiantes obtuvieron en la parte (a) los dos puntos, aunque la mayoría ganó uno.
- (b) La mayoría respondió (i) y (ii) bien. Varios no pudieron interpretar la escala en (iii).
- (c) Un punto fácil para los alumnos. Fue desilusionante ver que algunos estudiantes no lo hicieron ver.

### Pregunta 3 Conversión de monedas – Interés simple

- (a) Estuvo bien aunque muchos perdieron un punto por la penalización por falta de exactitud financiera al dar la respuesta 782.1 en a(i).
- (b) Muy pocos alumnos pudieron responder esta parte correctamente. La mayoría de ellos usó la fórmula correcta pero sustituyó el monto en lugar del interés, la cantidad de meses en lugar de la cantidad de años y unos pocos olvidaron dividir por 100. La forma en que estaba enunciada la pregunta confundió a algunos estudiantes que intentaron usar la fórmula de interés compuesto.

### Pregunta 4 Lógica

- (a) La mayoría de los estudiantes fue capaz de explicar correctamente la diferencia entre disyunción y exclusión pero muchos usaron “y” y “o” para distinguirlos.
- (b) Menos de la mitad pudo encontrar correctamente el valor de verdad de las dos disyunciones de la tabla. La mayoría de los estudiantes ganó algunos puntos pero una parte de ellos dejó por lo menos una celda en blanco a pesar de tener un 50% de posibilidad de acertar el valor correcto.
- (c) La mayoría de los alumnos contestó esta parte correctamente y muchos recibieron puntos por procedimientos de coherencia por escribir “ninguna de las dos cosas” a partir de una tabla incorrecta.

**Pregunta 5 Préstamos financieros (tabla)**

Como se mencionó anteriormente, esta pregunta causó confusión. Los alumnos necesitan más práctica en esta parte del programa de estudios.

- (a) Muchos estudiantes contestaron esta parte correctamente aunque algunos perdieron un punto por dividir la respuesta correcta por 12. Una cantidad significativa de alumnos ignoró la tabla en su conjunto y en cambio aplicó diferentes fórmulas de interés simple y compuesto, que por supuesto no correspondía usarlas en este caso.
- (b) Esta parte tuvo una respuesta de los estudiantes muy pobre a pesar de cómo fue abordada la parte (a). De nuevo, muchos usaron interés simple y compuesto y otros no restaron el capital.

**Pregunta 6 Número**

Esta fue la pregunta mejor contestada de la prueba, la mayoría alcanzó sumar 5 o 6 puntos e ella. Los errores más importantes fueron encontrar la media en lugar de la mediana en la parte (b) y dar en (c) números con exponentes negativos como si fueran irracionales. Algunos estudiantes escribieron la lista en orden decreciente (por lo que perdieron un punto).

**Pregunta 7 Conjuntos**

- (a) Muchos incluyeron en el conjunto  $B$  el 1, considerándolo primo. La mayoría pudo enumerar correctamente la intersección de  $B$  y  $C$ , muchos de ellos recibiendo puntos por procedimientos de coherencia por haber dado un  $B$  incorrecto. Muy pocos pudieron enumerar  $B \cup C'$  correctamente, algunos de ellos enumeraron en cambio la intersección. Fue decepcionante encontrar sólo unos pocos estudiantes listando  $C'$  en forma separada: los que lo hicieron recibieron un punto por mostrar el procedimiento.
- (b) La mayoría pudo escribir el contrarrecíproco correctamente pero muchos dieron en su lugar las proposiciones contraria o recíproca.

**Pregunta 8 Chi-cuadrado**

- (a) La mayoría escribió bien la hipótesis nula pero unos cuantos usaron la palabra *correlación* en lugar de *independencia*.
- (b) Los estudiantes que usaron la calculadora de pantalla grafica obtuvieron el resultado correcto mientras que los que intentaron valientemente hallar el valor a mano, generalmente obtuvieron un M1 pero finalmente un A0.
- (c) La mayoría sabía cómo calcular los grados de libertad.
- (d) Muchos no tenían una idea clara de qué valores comparar para luego llegar a la conclusión de la prueba de chi-cuadrado. Muchos compararon el nivel de significación con el valor de chi-cuadrado o con el valor crítico. Algunos no rechazaron la hipótesis pero no dieron una justificación o justificaron mal.

Como se mencionó anteriormente, pareció que a una gran cantidad de estudiantes no se les había enseñado esta parte del programa. Hubo muchos estudiantes que no abordaron esta

pregunta. Esta pregunta no fue difícil, en ella una gran cantidad de estudiantes obtuvo la puntuación completa.

### **Pregunta 9 Gráfico trigonométrico**

- (a) Muchos alumnos escribieron correctamente el período de la función, la respuesta incorrecta más común fue 2 (la amplitud). La mayoría dio la amplitud correcta aunque 4 fue un error común.
- (b) Aproximadamente la mitad de los alumnos encontró los valores de  $a$  y  $c$  correctamente y algunos ganaron puntos por procedimiento de coherencia por  $a$  a partir de su respuesta incorrecta para la amplitud.
- (c) Esta parte no estuvo muy bien: menos de la tercera parte de los estudiantes encontró la intersección con el eje  $x$ . Aquellos que estaban bien entrenados con la calculadora la usaron aquí con buenos resultados.

### **Pregunta 10 Coordenadas en el plano**

Hubo algunas respuestas buenas pero muchos estudiantes mostraron una comprensión no muy firme de coordenadas en el plano y alguna dificultad al operar con números negativos. Evidentemente esta fue la pregunta favorita de algunas escuelas que consistentemente obtuvieron puntuaciones máximas en la misma.

- (a) La mayoría contestó bastante bien esta pregunta. Los principales errores fueron intercambiar los valores de  $x$ ,  $y$  en la fórmula y usar el opuesto aditivo, en lugar del opuesto aditivo del inverso multiplicativo para la pendiente de la recta perpendicular.
- (b) Se vieron respuestas pobres aunque muchos estudiantes ganaron un punto por sustituir el valor correcto de la pendiente en  $y = mx + c$ .

### **Pregunta 11 Cálculo**

La mayoría pudo derivar correctamente pero sólo la tercera parte pudo calcular el valor de  $x$  para el cual las pendientes de los gráficos eran iguales. Un número parecido de alumnos directamente no abordó la pregunta. Algunos encontraron la coordenada  $x$  del punto de intersección.

- (a) Muy pocos estudiantes pudieron dibujar con precisión la tangente correctamente. Algunas tangentes se dibujaron horizontales y otras pasando por el punto de intersección. La recta se pudo haber dibujado sin ningún conocimiento de Cálculo por lo que se deduce aquí es que muchos de los alumnos no comprendió la pregunta.

### **Pregunta 12 Ecuaciones lineales simultáneas**

- (a) Casi todos los estudiantes pudieron escribir la ecuación pero muy pocos pudieron simplificarla.
- (b) La mayoría de los estudiantes pudo encontrar los valores de  $b$  y  $m$ . Algunos usaron el método correcto pero cometieron errores aritméticos, muchos de los cuales se originaron por haber usado el método de sustitución, el cual involucraba fracciones. Se esperaba en esta parte de pregunta el uso de la calculadora de pantalla gráfica.

- (c) La mayoría no abordó esta parte. De los que lo hicieron sólo algunos pudieron dibujar en forma aproximada el gráfico correctamente. Errores comunes fueron representar el punto (1.4,1.8) o dibujar una recta pasando por ese punto y el origen.

### **Pregunta 13 Funciones trigonométricas – Conjuntos**

Esta pregunta inusual fue contestada sorprendentemente bien. Un buen número de alumnos obtuvo la puntuación completa, aunque algunos directamente no la abordó. La mayoría de los estudiantes que abordó la pregunta, ganó algunos puntos, generalmente por ubicar correctamente a  $\sin x$  y  $x^2$ . Algunos cometieron el error de ubicar valores en más de una región. Entre otras cosas, en esta pregunta se intentaba evaluar el nivel de adaptación de los alumnos para hacer conexiones entre diferentes temas del programa de estudios.

### **Pregunta 14 Diagramas de flecha – Ecuaciones simultáneas**

- (a) La mayoría de los estudiantes dio correctamente el dominio y recorrido. Sólo algunos invirtieron el orden.
- (b) Esta no fue una pregunta fácil y la mayoría de los estudiantes no supo cómo hallar la respuesta. Sin embargo algunas escuelas parecieron estar bien preparadas para la misma y lograron obtener regularmente la puntuación máxima a través de la resolución simultánea de ecuaciones o por ensayo y error, aunque lo último no fue tan común.
- (c) La respuesta correcta para esta parte de pregunta dependía de (b).

### **Pregunta 15 Medida**

- (a) y (b) Dos tercios de los estudiantes encontró el perímetro del rectángulo y el lado del cuadrado correctamente, aunque la mayoría de ellos no incluyó unidades (por lo que incurrieron en una penalización por unidad de medida)
- (c) Aunque la mayoría de los estudiantes produjo la ecuación cuadrática, muchos no pudieron resolver correctamente la misma. Fue desilusionante ver esta situación ya que la misma se podría haber resuelto fácilmente con la calculadora de pantalla gráfica.
- (d) Muchos no intentaron calcular el área del cuadrado y aquellos que sí lo intentaron, no lo hicieron correctamente. Un error común fue elevar al cuadrado el valor de  $x$ .

## **Recomendaciones y orientaciones para la enseñanza de futuros estudiantes**

La primera recomendación es que todos los temas necesitan ser enseñados.

También se necesita hacer un continuo énfasis en el uso de la calculadora de pantalla gráfica. Hay varios lugares en el programa de estudios donde el uso de la calculadora de pantalla gráfica se considera apropiado. Los encargados de escribir los exámenes, al hacerlo, toman esto en cuenta. Estos temas incluyen la prueba de chi-cuadrado, correlación y regresión, ecuaciones simultáneas y también aquellos temas donde es apropiado encontrar

soluciones a partir de gráficas como por ejemplo exponenciales, cuadráticas, trigonométricas y cualquier otra función no familiar.

Las preguntas sobre matemática financiera causaron problemas a la mayoría de los estudiantes por lo que los profesores podrían tratar de presentar preguntas de práctica con formatos un poco diferentes a lo habitual.

En convocatorias anteriores no se había penalizado a los estudiantes por no usar las unidades correctas, por lo que va a ser importante que ahora al enseñar, los profesores, estén concientes de esto.

Los estudiantes en los exámenes deberían:

- Leer las preguntas cuidadosamente más que una vez y seguir estrictamente las instrucciones.
- Conocer el valor de mostrar el procedimiento en forma clara e identificarlo según la parte de pregunta que esté contestando.
- Comprender que el trabajo que está tachado no recibe crédito.
- Ser crítico con las respuestas revisando soluciones por posibles errores y también por su “sensatez”.
- Manejar el tiempo del examen de manera que se pueda abordar todas las preguntas del mismo.
- Usar regla para gráficos y diagramas.
- Practicar con el cuadernillo de fórmulas para asegurar que se comprende lo relevante.
- Saber cuándo es o no es apropiado aproximar los números.
- Practicar con exámenes anteriores tanto como se pueda.

Los profesores también pueden hacer énfasis en el hecho de que no se pueden otorgar puntos por procedimientos de coherencia en los casos en que no se muestran los procedimientos. Más aún, una respuesta corregida a menos de 3 cifras significativas sin el proceso de redondeo mostrado y sin procedimiento anterior, se toma como incorrecta. (Esto no sería ni si quiera una penalización por exactitud ya que el proceso de redondeo no puede ser juzgado).

## Prueba 2

### **Bandas de calificación del componente**

<b>Nota final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0-11	12-22	23-29	30-40	41-52	53-63	64-90

### **Generalidades**

Los examinadores supervisores detectaron desde el comienzo que las puntuaciones que estaban obteniendo los estudiantes en esta prueba eran más bajas que lo usual. La distribución resultó normal con una leve inclinación hacia la izquierda. Los comentarios de los examinadores y los recibidos a través de los formularios G2, apoyaron generalmente la idea de que la prueba se encontraba del lado difícil. Sin embargo en general, los comentarios no fueron excesivamente negativos e incluyeron también los de una gran cantidad de profesores satisfechos.

Después de considerar los comentarios y de haber visto varios exámenes, el equipo examinador llegó al siguiente veredicto. En general la prueba se inclinó hacia el lado más difícil del espectro aunque se ubicó entre límites aceptables. No hubo una pregunta que sea inaceptable, sin embargo, la combinación de todas estas cinco preguntas resultaron usar demasiadas palabras para describir contextos y hubo algunas situaciones en las que, a pesar de estar en el programa de estudios, resultaron ser para los estudiantes un poco laboriosas. Ocasionalmente hubo una parte de pregunta que debería haber sido escrita más claramente. Algunos estudiantes tuvieron algunos problemas menores con el tiempo debido al tipo de problemas con planteo de contexto.

La asignación de bandas de calificación relativamente bajas a la prueba 2 fue hecha con este veredicto en mente. También se sintió que la prueba 1 fue justa y que esto ayudaría a ajustar el equilibrio.

En la versión en español de la prueba, se introdujo un error tipográfico después del proceso final de chequeo. Esto llevó a rever estos procedimientos. El error ocurrió en la pregunta 5(iii)(b) e involucró al símbolo  $n$ , que representa el número de elementos de un conjunto, el cual fue reemplazado por  $m$ .

Se les pidió a los examinadores que corregían en español y en inglés, que hagan un seguimiento de las respuestas de los estudiantes en esta parte de pregunta para decidir si de alguna manera algún alumno había quedado en desventaja por el error. Se realizaron listas con las puntuaciones en la parte (a) y (b). No se encontró una diferencia significativa entre las respuestas en ambos idiomas por lo que se concluyó que cualquier efecto sería mínimo. De hecho, pocos estudiantes parecieron notar el error.

## Áreas del programa y del examen que parecen haber resultado difíciles para los estudiantes

Comprender el contexto del problema y convertir esto en matemática significativa resultó ser un problema, aún en algunos casos para los estudiantes más capaces, en algunos casos.

Muchos estudiantes abordaron cálculos estadísticos a mano cuando lo que se intentaba era que usaran la calculadora de pantalla gráfica. La desviación típica fue casi nunca hallada a mano correctamente.

Casi ningún estudiante fue capaz de convertir centímetros cúbicos a metros cúbicos. Muchos multiplicaron o dividieron por 10 o 100. Algunos lograron trabajar en el nivel de los cuadrados pero muy pocos usaron el cubo.

La trigonometría de triángulos no rectángulos causó muchos problemas: varios intentaron usar triángulos rectángulos en forma no apropiada.

Casi no se encontró la comprensión completa de Cálculo requerida para la pregunta 3. Hubo muchos gráficos en blanco que indicaron que el problema no había sido bien comprendido. Aún aceptando que el contexto era un poco complicado, el gráfico debería haber estado mejor.

Muchos estudiantes no tienen idea de lo que es una demostración general, y sustituyen estas con demostraciones incorrectas donde se presentan sólo ejemplos particulares.

La probabilidad compuesta no se conocía bien en ninguno de los contextos usados (diagramas de árbol y diagramas de Venn).

## Puntos fuertes y débiles de los estudiantes al abordar las distintas preguntas

### Pregunta 1 Estadística descriptiva. Correlación lineal.

- (a) (b), (c) Hubo mucha confusión sobre cómo presentar los intervalos. En muchos casos se escribió sólo el punto medio (por ejemplo 65 en lugar de 60-70). Se comprendió bien moda, mediana y media, pero demasiados estudiantes desperdiciaron tiempo calculando la desviación típica a mano llegando a resultados incorrectos. En (c)(ii) “mayor que tres” no causó problemas pero “por encima de la media” fue en muchos casos ignorado.
- (d) Esto fue comúnmente bien contestado, aún habiendo contestado no muy bien las partes anteriores.
- (e) El rendimiento en esta parte fue muy variado. Fue difícil identificar consistencia en los errores cometidos.

Se usó demasiado tiempo en esta pregunta. Sólo valía 2 puntos y los estudiantes se debieron dar cuenta que se basaba en una idea gráfica general de los conceptos, posiblemente complementada con un poco de aritmética elemental para comparar (iii) y (vi). Con una buena comprensión, muchas de las opciones podrían haber sido descartadas en unos pocos segundos.

**Pregunta 2 Geometría tridimensional. Trigonometría de triángulos no rectángulos.**

- (i) A muchos estudiantes se les dedujo un punto en esta parte con la nueva penalización por unidad. Muchos ignoraron el pedido de dos lugares decimales y algunos extrapolaron esa instrucción a las partes siguientes (lo cual, claramente, no se pretendía). Se encontró la previsible confusión entre radio y diámetro. Otro error común fue dividir el volumen del cilindro por el de la pelota, para decidir cuántas entrarían. Algunos procedimientos de coherencia fueron aceptados a partir de este error, sin embargo, esto llevó a cero o a un volumen de aire insignificante, lo que fue claramente una respuesta ridícula.

La elección y el uso de las fórmulas fueron en muchos casos competentes, pero la conversión a metros cúbicos estuvo muy mal. Casi no se vieron respuestas correctas.

- (ii) Los estudiantes en muchos casos fueron descuidados al leer la información. En particular, a pesar de haber escrito claramente  $BL = 120$ , muchos usaron  $GL$  como 120. El triángulo  $TBL$  fue tomado en muchos casos como rectángulo. El ángulo  $BTL$  presentó varios problemas, aunque algunas veces el método fue prolijo. En muchos casos los alumnos trabajaron bien en la parte (a) pero después no pudieron seguir de la misma manera en las partes siguientes. Muchos recibieron la penalización por unidad, si es que ya no se había usado en la pregunta 1.

**Pregunta 3 Cálculo. Gráfico de una cuadrática con la calculadora de pantalla gráfica.**

- (i) Intentos de contestar la parte (a) se vieron en raras ocasiones. En los casos en los que había intentos, no siempre fue una ecuación con sentido. En muchos casos las ecuaciones eran para  $y$ , pero no para  $x$ .

La derivada resultó manejable para muchos, aunque con el esperado manejo incorrecto de la potencia negativa en varios casos. Las partes (c) y (d) resultaron problemáticas. La corrección en (d) fue considerada y se reafirmó que la evaluación del concepto de la parte (d) se hará en contextos más sencillos en el futuro, en el caso de hacerlo.

- (ii) Muchos estudiantes no reconocieron que en esta pregunta se esperaba un uso extensivo de la calculadora de pantalla gráfica. Un indicador de esto fue la elección de coeficientes complicados. Se reconoce que el contexto confundió a algunos estudiantes y que el desplazamiento horizontal molestó a algunos.

No obstante, muchos estudiantes pudieron haber ganado más puntos si hubieran perseverado. Muchos abandonaron en el gráfico, y puntos elementales por escala y etiquetas fueron perdidos innecesariamente.

Como esta fue la primera vez en que se usó la penalización por unidad de medida, se corrigió en forma considerada cuando la unidad correspondiente no estaba escrita en los ejes, pero esto es probable que cambie en el futuro.

**Pregunta 4 Progresiones aritméticas y geométricas.**

- (i)  $u_1$  y  $d$  se encontraron sin dificultad. En (b) muchos alumnos no reconocieron la necesidad de una demostración general y simplemente dieron una sustitución para ejemplificar.
- (ii) Muchos estudiantes no cambiaron a la fórmula de progresión geométrica. Aquellos que lo hicieron supieron qué estaba sucediendo, en general realizaron bien los cálculos y obtuvieron una cantidad decente de puntos. Las explicaciones en (d) fueron en varios casos insatisfactorias, pero se dieron algunas concesiones por las dificultades de lenguaje encontradas por los estudiantes escribiendo en su segunda lengua o más. La parte (e) de la pregunta estaba concebida para discriminar el nivel más alto y cumplió con esa tarea muy bien.

**Pregunta 5 Diagramas de árbol. Probabilidad. Diagramas de Venn.**

- (i) (a), (b) Las operaciones elementales de probabilidad fueron en general bien hechas y las compuestas en muchos casos, con un rendimiento muy pobre. El diagrama de árbol en b(i) fue completado muy bien. La probabilidad condicional en particular fue muy mal utilizada.
- (ii) La mayoría de los estudiantes tenía alguna idea de cómo completar el diagrama con los números. Fue común otorgar puntuaciones completas en esta parte y la mayoría de los estudiantes obtuvo algunos puntos aquí. La parte b(i) fue trabajada mejor que b(ii) donde el complemento causó algunos inconvenientes. Se usaron procedimientos de coherencia en esta parte a partir de (a).

La parte (c) en muy pocos casos fue contestada, quizá debido a restricciones de tiempo pero también debido a falta de comprensión.

## Recomendaciones y orientaciones para la enseñanza de futuros estudiantes

Los estudiantes deben ser entrenados para calcular la desviación típica, cuando se la piden, ingresando automáticamente los datos en la calculadora de pantalla gráfica.

Recordarles a los alumnos que estén atentos por la penalización por unidad de medida lo largo del examen. Las unidades también deben aparecer en las etiquetas de los gráficos.

Tomar algunos momentos extra para leer de nuevo la pregunta y estudiar rigurosamente diagramas y la información dada en ellos, antes de empezar a hacer cálculos. Deben saber que es poco probable que una pregunta larga sea destinada a trigonometría de triángulos rectángulos.

Si los números parecen complicados entonces es probable que se espere el uso de la calculadora de pantalla gráfica. (Podría también esperarse lo mismo si los números no son complicados, por supuesto). Una idea más clara de cuándo usar la calculadora de pantalla gráfica debe ser desarrollada.

Intentar fomentar una amplia comprensión de técnicas matemáticas como también de cálculos detallados. En la pregunta 1(e) se necesitaba tener una idea muy amplia del tema.

Las palabras en “negrita” están diciendo que estamos preocupados porque se malinterprete algo. Estas partes deben ser estudiadas con un cuidado extra.

Es claro que en la mayoría de las escuelas se necesita trabajar un poco más de tiempo en conversión de unidades.

Cuando se termina de trabajar en una parte de una pregunta, se debe considerar el resultado y luego usar el sentido común para darse cuenta si hay errores o hubo alguna mala interpretación.